

سؤالات امتحان نهایی درس: ریاضیات گسسته	ساعت شروع: ۸ صبح	نام و نام خانوادگی:	رشته: ریاضی فیزیک
پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه	تعداد صفحه: ۲	تاریخ امتحان: ۱۴۰۰/۰۳/۸	مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه
دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور در نوبت خرداد ماه سال ۱۴۰۰	مرکز سنجش و پایش کیفیت آموزشی http://nec.medu.ir		



ردیف	سؤالات پاسخ نامه دارد	نمره
۱	درست یا نادرست بودن گزاره‌های زیر را مشخص کنید. (الف) حاصل ضرب سه عدد طبیعی متوالی بر ۶ بخش پذیر است. (ب) هیچ عدد صحیحی مانند $x$ و $y$ وجود ندارند که رابطه $x^2 + y^2 = (x + y)^2$ برقرار باشد.	۰/۵
۲	جاهای خالی را با عدد یا کلمه مناسب پر کنید. (الف) $a$ و $b$ اعدادی صحیح و $a$ مخالف صفر است. اگر $a   b$ آن گاه عدد ..... شمارنده عدد ..... است. (ب) $m$ عددی صحیح است. حاصل $(2m, 6m)$ برابر با ..... است.	۰/۷۵
۳	به روش بازگشتی ثابت کنید حاصل ضرب هر دو عدد حقیقی، کوچک‌تر یا مساوی نصف مجموع مربعات آن‌ها است.	۱/۲۵
۴	ثابت کنید اگر $p \geq 5$ عددی اول باشد، آن گاه به یکی از دو صورت $p = 4k + 1$ یا $p = 4k + 3$ نوشته می‌شود.	۰/۷۵
۵	باقی‌مانده تقسیم عدد $11 + 9 \times (1000)^{25}$ را بر ۷ بیابید.	۰/۷۵
۶	معادله $7x \equiv 1 \pmod{10}$ را حل کنید.	۱
۷	گراف $G$ که به صورت مقابل است را در نظر بگیرید. (الف) $N_G(c)$ را با اعضا مشخص کنید. (ب) بزرگ‌ترین درجه در گراف $G$ مربوط به کدام رأس و چند است؟ (پ) دوری به طول ۵ برای رأس $a$ بنویسید. (ت) آیا گراف $G$ همبند است؟	۲
۸	تفاوت بین مجموعه احاطه‌گر میثقال و مینیمم چیست؟ توضیح دهید.	۱
۹	در گراف شکل زیر یک مجموعه احاطه‌گر میثقال مشخص کنید که مینیمم نباشد.	۱
۱۰	عدد احاطه‌گری گراف شکل زیر را با ارائه راه حل، تعیین کنید.	۱/۵
۱۱	(الف) یک گراف ۶ رأسی که $\gamma$ - مجموعه آن با اندازه یک باشد، رسم کنید. (ب) یک گراف ۶ رأسی که $\gamma$ - مجموعه آن با اندازه دو باشد، رسم کنید.	۱/۵
۱۲	کوتاه پاسخ دهید. می‌خواهیم با حروف «ب» و «ج» و ارقام ۱، ۲، ۴، ۵، ۶، ۸، ۱۰، ۲۰ شامل ۸ کاراکتر تشکیل دهیم. مطلوب است: (الف) تعداد رمزهایی که هر یک از آن‌ها با یک حرف آغاز و حرف دیگر خاتمه یابد. (ب) تعداد رمزهایی که در آن‌ها حروف کنار هم باشند.	۱

«بقیه سؤالات در صفحه دوم»

سؤالات امتحان نهایی درس: ریاضیات گسسته	ساعت شروع: ۸ صبح	نام و نام خانوادگی:	رشته: ریاضی فیزیک
پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه	تعداد صفحه: ۲	تاریخ امتحان: ۱۴۰۰/۰۳/۸	مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه
دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور در نوبت خرداد ماه سال ۱۴۰۰			
مرکز سنجش و پایش کیفیت آموزشی <a href="http://aee.medu.ir">http://aee.medu.ir</a>			

ردیف	سؤالات پاسخ نامه دارد	نمره
------	-----------------------	------

۱۳	به چند طریق می توان از بین ۶ نوع گل ۱۲ شاخه گل انتخاب کرد اگر بخواهیم: از گل نوع اول حداقل یک شاخه، از گل نوع چهارم بیش از ۳ شاخه و از گل نوع ششم فقط یک شاخه انتخاب کنیم.	۲
۱۴	مربع لاتین $A$ را در نظر بگیرید. ابتدا سطر اول و سطر دوم مربع $A$ را جابه جا کنید. سپس در مربع حاصل ستون دوم و سوم را جابه جا کنید و مربع حاصل را $B$ نام گذاری کنید. متعامد بودن دو مربع لاتین $A$ و $B$ را بررسی کنید.	۱/۵
	$A = \begin{bmatrix} 2 & 3 & 1 \\ 1 & 2 & 3 \\ 3 & 1 & 2 \end{bmatrix}$	
۱۵	در یک کلاس ۳۴ نفری، ۱۵ نفر فوتبال، ۱۱ نفر والیبال و ۹ نفر بسکتبال بازی می کنند. اگر بدانیم ۳ نفر هم فوتبال، هم والیبال و هم بسکتبال بازی می کنند و ۵ نفر فوتبال و والیبال، ۶ نفر والیبال و بسکتبال و ۳ نفر فوتبال و بسکتبال بازی می کنند. مشخص کنید چند نفر فقط در یک رشته بازی می کنند؟	۱/۷۵
۱۶	(الف) به چند طریق می توان ۴ کلاه متفاوت را بین ۳ نفر توزیع کرد به شرط آن که به هر نفر حداقل یک کلاه داده شود؟ (ب) به چند طریق می توان ۴ کلاه متفاوت را بین ۸ نفر توزیع کرد به شرط آن که به هر نفر حداکثر یک کلاه داده شود؟	۱
۱۷	۵۴ شاخه گل را حداکثر در چند گلدان قرار دهیم تا اطمینان داشته باشیم گلدانی هست که در آن حداقل ۵ شاخه گل قرار گرفته است؟	۱/۷۵
۲۰	"موفق باشید"	جمع نمره

راهنمای تصحیح امتحان نهایی درس: ریاضیات گسسته		رشته: ریاضی فیزیک		ساعت شروع: ۸ صبح		مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه	
پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه				تاریخ امتحان: ۱۴۰۰/۰۳/۸			
دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور خرداد ماه سال ۱۴۰۰				مرکز سنجش و پایش کیفیت آموزشی <a href="http://aee.medu.ir">http://aee.medu.ir</a>			
ردیف	راهنمای تصحیح						
۱	الف) درست (۰/۲۵) (سوال ۱۵ صفحه ۱۷)      ب) نادرست (۰/۲۵) (سوال ۴ صفحه ۸)						
۲	الف) عدد $n$ شمارنده عدد $b$ است. (۰/۵) (مفهوم عاد کردن صفحه ۹)      ب) $2m$ (۰/۲۵) (ب سوال ۱۶ صفحه ۱۷)						
۳	$xy \leq \frac{x'+y'}{2}$ (۰/۲۵) $\Leftrightarrow 2xy \leq x'+y'$ (۰/۲۵) $\Leftrightarrow x'+y'-2xy \geq 0$ (۰/۲۵) $\Leftrightarrow (x-y)' \geq 0$ (۰/۲۵) گزاره همواره درست (۰/۲۵) (مشابه الف سوال ۱ صفحه ۸)						
۴	در حالت (۱) و (۳) $p$ ، عددی زوج است که با اول بودن آن تناقض دارد. (۰/۲۵) بنابراین اعداد اول به فرم (۲) یا (۴) خواهند بود. (۰/۲۵) (مشابه سوال ۲ صفحه ۱۵)						
۵	$1000 \equiv -1 \pmod{25} \Rightarrow \underbrace{(1000)^{20} \times 9 + 11}_{(0/25)} \equiv (-1)^{20} \times 9 + 11 \equiv 2 \pmod{25} \Rightarrow r = 2$ (۰/۲۵) (مشابه مثال صفحه ۲۱)						
۶	$7x \equiv 1 \pmod{25} \Rightarrow 7x \equiv 4 \times 5 + 1 \pmod{25} \Rightarrow 7x \equiv 21 \pmod{25} \Rightarrow x \equiv 3 \pmod{25}$ (۰/۲۵) $(7, 25) = 1$ (مشابه سوال ۱۴ صفحه ۳۰)						
۷	الف) $N_G(e) = \{a, e, d\}$ (۰/۷۵) (مشابه مثال صفحه ۳۶)      ب) رأس $g$ و $h$ (۰/۵) (مکمل گراف صفحه ۳۷) پ) $abcda$ (۰/۵) (تعریف دور صفحه ۳۸)      ت) خیر (۰/۲۵) (تعریف گراف همبند صفحه ۳۹)						
۸	مجموعه احاطه‌گر مینیمم مجموعه احاطه‌گری است که کمترین تعداد عضو را دارد ولی مجموعه احاطه‌گر مینیمال مجموعه احاطه‌گری است که با حذف هر یک از رئوس آن دیگر احاطه‌گر نیست و می‌تواند از مجموعه احاطه‌گر مینیمم بیشتر عضو داشته باشد. هر مورد (۰/۲۵) (تعاریف صفحات ۴۴ و ۴۶)						
۹	در صورتی که مجموعه‌های مشابه که ویژگی مسأله را داشت، نوشتند، نمره داده شود. (۱) $D = \{a, c, i, d\}$ (سوال ۴ صفحه ۴۶)						
۱۰	طبق قضیه داریم $\gamma(G) = 2 \leq \gamma(G) = \left\lfloor \frac{10}{4+1} \right\rfloor$ (۰/۵) از طرفی مجموعه $D = \{e, j\}$ یک مجموعه احاطه‌گر است. (۰/۵) لذا $\gamma(G) \leq 2$ (۰/۲۵). بنابراین $\gamma(G) = 2$ (سوال ۳ صفحه ۵۲)						
۱۱	الف)  (۰/۷۵)      ب)  (۰/۷۵) (سوال ۸ صفحه ۵۳)						
۱۲	الف) $6! \times 2!$ (۰/۵)      ب) $2! \times 7!$ (۰/۵) (مشابه مثال صفحه ۵۶)						
۱۳	$x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 = 12$ , $x_1 \geq 1$ , $x_2 > 3$ , $x_3 = 1$ (۰/۵) $y_1 = x_1 - 1$ , $y_1 \geq 0$ (۰/۲۵) , $y_4 = x_4 - 4$ , $y_4 \geq 0$ (۰/۲۵) $y_1 + 1 + x_2 + x_3 + y_4 + 4 + x_5 + 1 = 12$ (۰/۲۵) $\Rightarrow y_1 + x_2 + x_3 + y_4 + x_5 = 6$ (۰/۲۵) $\Rightarrow C = \binom{10}{4}$ (۰/۵) (مشابه سوال ۸ صفحه ۷۱)						

ادامه پاسخ‌ها در صفحه دوم

راهنمای تصحیح امتحان نهایی درس: ریاضیات گسسته		رشته: ریاضی فیزیک		ساعت شروع: ۸ صبح		مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه	
تاریخ امتحان: ۱۴۰۰/۰۳/۸				پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه			
دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور خرداد ماه سال ۱۴۰۰				مرکز سنجش و پایش کیفیت آموزشی <a href="http://aee.medu.ir">http://aee.medu.ir</a>			
ردیف	راهنمای تصحیح						نمره
۱۴	$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & 1 \\ 3 & 1 & 2 \end{pmatrix} \Rightarrow B = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 2 \\ 2 & 1 & 3 \\ 3 & 2 & 1 \end{pmatrix} \Rightarrow \begin{pmatrix} 21 & 33 & 12 \\ 12 & 21 & 33 \\ 33 & 12 & 21 \end{pmatrix}$ <p>(۰/۲۵)                      (۰/۲۵)                      (۰/۵)</p> <p>متعامد نیستند. زیرا در مربع آخر عدد دو رقمی تکراری داریم. (۰/۵)</p> <p>(مشابه سوال ۱۳ صفحه ۷۲)</p>						۱/۵
۱۵	$ F =15,  V =11,  B =9,  F \cap V =5,  B \cap V =6,  F \cap B =3$ $ F \cap B \cap V =3$ $=F - F \cap V - F \cap B + F \cap B \cap V =15-5-3+3=10$ (۰/۵) $=V - F \cap V - V \cap B + F \cap B \cap V =11-5-6+3=3$ (۰/۵) $=B - F \cap B - V \cap B + F \cap B \cap V =9-3-6+3=3$ (۰/۵) $\Rightarrow \text{ج} = 10+3+3=16$ (۰/۲۵)						۱/۷۵
۱۶	$3^3 - (3 \times 2^2 - 3) = 36$ (الف) (۰/۵) (مثال صفحه ۷۷) $\frac{8!}{4!} = 1680$ (ب) (۰/۵) (مثال صفحه ۷۸)						۱
۱۷	$k+1=5 \Rightarrow k=4$ (۰/۲۵), $kn+1=54 \Rightarrow 4n=53$ (۰/۲۵), $n = \left[ \frac{53}{4} \right] = 13$ (۰/۲۵)						۰/۷۵
		(سوال ۲ کار در کلاس صفحه ۸۲)					
۲۰	جمع نمره						

«همکاران گرامی لطفاً برای راه حل های صحیح دیگر با نام را به تناسب تقسیم فرمایید.»